

MM811 A – Tópicos de Topologia I

Joachim Weber

“Products in (co)homology and Morse field theory”

The lecture course has two parts. In Part I we introduce products and operations in (co)homology which is a natural continuation of our course “Introdução à homologia” given in 1-2014. In Part II we shall realize these products in terms of the Morse-Witten complex introduced in our 2-2015 course “Morse and Conley theory” (thereby understanding and providing the easy to grasp toy model for advanced topological Quantum Field Theories such as Floer homology).

Student interest: Should be high since this course is a continuation of 1-2014 (14 registered students; Introdução à homologia) as well as 2-2014 (7 registered students plus 4 others; Morse and Conley theory). In addition, there is interest among my present students of MA456.

Language: English. (Due to very positive response in 2-2014. Of course, Portuguese, if asked.)

Lecture Notes: Yes. They will be written in LaTeX and complement the Lecture Notes [LN 2-2014](#) which I had promised to write in 2-2014. The latter are not yet complete, but the yet existing about 150 pages are attached as pdf to the present Email for your information.

MM813 A – Tópicos de Geometria I

Stephan Weis

“Analysis of quantum many-body correlations”

In this lecture I will prove the equality of two representation of many-body correlations and analyze the continuity of these many-body quantities.

Linden et al. [1] quantify many-body correlations in terms of the information which is not already contained in certain subsystems. For example, the information beyond the one-body subsystems is the total correlation. Another example is the information beyond the two-body subsystems. It quantifies correlations between three or more bodies and, if the system consists of exactly three bodies, is a measure of genuine/irreducible three-body correlation. The maximum-entropy principle (von Neumann entropy) solves the problem to quantify this information [1].

An equivalent correlation quantity is that of the relative entropy (divergence) from the thermal states (Gibbs family) of local Hamiltonians [2]. For example the irreducible three-body correlation of three qubits is the divergence from the Gibbs family of all two-local Hamiltonians. The equality to the former definition will be discussed in terms of geometry of Gibbs families: convex set of expected values (face lattice in terms of projections), expected value chart of a Gibbs family (real analytic), Pythagorean and projection theorem (non-maximal rank extensions).

The irreducible three-party correlation is discontinuous for quantum states while in the case of probability vectors it is continuous. We study the continuity of the divergence from a Gibbs family in the context of the set of expected values [3]: open linear maps on the set of quantum states, stability of convex bodies, numerical range (set of expected values of two-dimensional Gibbs families).

Target audience: MSc students, PhD students, Postdocs

Prerequisites: linear algebra, multi-variable calculus

REFERENCES:

[1] N. Linden, S. Popescu, and W. Wootters (2002) Almost every pure state of three qubits is completely determined by its two-particle reduced density matrices, Physical Review Letters 89(20) 207901

[2] S. Weis, A. Knauf, N. Ay, M.-J. Zhao (2015) Maximizing the divergence from a hierarchical model of quantum states, Open Systems & Information Dynamics 22(1) 1550006

[3] L. Rodman, I. M. Spitkovsky, A. Szkoła, S. Weis (2015) Continuity of the maximum-entropy inference: Convex geometry and numerical ranges approach, arXiv:1502.02018[math-ph]

MM837 A - TÓPICOS DE GEOMETRIA ALGÉBRICA II

Marcos Jardim e Simone Marchesi

"Feixes em Variedades Algébricas"

Apresentação: O objetivo deste curso é dar uma introdução à teoria de feixes e cohomologia de feixes sobre variedades algébricas do ponto de vista mais algébrico. O material a ser coberto é essencialmente aquele contido nos três primeiros capítulos do livro [1], com suporte dos capítulos V e VI do livro [3] e possivelmente envolvendo alguns tópicos específicos do livro [2]. Outra fonte que será utilizada são as notas de aula [4]. A parte final do curso abordará alguns tópicos de [5].

Ementa: Feixes em espaços anelados, morfismos de feixes, feixes de módulos, feixes coerentes. Subvariedades e feixes de ideais. Fibrados vetoriais e relação com feixes localmente livres. Divisores e feixes inversíveis. Classes de Chern. Cohomologia de feixes: cohomologia como funtor derivado e cohomologia de Čech. Teoremas fundamentais de Serre. Funtores Hom local e global. Exemplos de construção de feixes em espaços projetivos: múnadas e a construção de Serre.

Pré-requisitos: Os pré-requisitos são um conhecimento básico de topologia e álgebra comutativa; os resultados necessários serão revistos na medida do necessário. Nenhum conhecimento de análise complexa ou geometria diferencial são necessários na abordagem utilizada em [1] e [3], pois métodos transcendentais não serão discutidos. Espera-se que o curso seja acessível a alunos do final do mestrado e início do doutorado.

BIBLIOGRAFIA

- 1 - R. Hartshorne, Algebraic Geometry.
- 2 - P. Griffiths and I. Harris, Principles of algebraic geometry
- 3 - I. R. Shafarevich, Basic algebraic geometry, volumes 1 and 2.
- 4 - E. Arrondo, Vector bundles in Algebraic Geometry.
- 5 - C. Okonek, M. Schneider, H. Spindler, Vector bundles on complex projective spaces.

MM842 A - Tópicos de Equações Diferenciais Parciais I

Anne Bronzi, Gabriela Planas e Olivaine S. de Queiroz

Objetivo: Apresentar algumas ferramentas matemáticas utilizadas no estudo das equações diferenciais parciais, as quais em geral não são abordadas em cursos regulares.

Descrição: O curso será dividido em três etapas:

Atratores para equações diferenciais parciais de evolução. Um aspecto importante no estudo das equações diferenciais parciais, além das questões relacionadas à existência de soluções, é a investigação de propriedades dessas soluções. Em particular, para equações de evolução, o estudo do comportamento assintótico das soluções, ou seja, o que acontece para tempos grandes, pode fornecer informação importante sobre a evolução da dinâmica do problema. Apresentaremos os aspectos básicos da teoria de atratores globais e sua aplicação às equações de reação-difusão e às equações de Navier-Stokes. Serão também discutidas algumas questões relacionadas que permanecem em aberto.

BIBLIOGRAFIA:

J. C. Robinson, Infinite-dimensional dynamical systems. Cambridge University Press., 2001.

J. C. Robinson, Attractors and Finite-Dimensional Behaviour in the 2D Navier-Stokes Equations, ISRN Mathematical Analysis, Volume 2013 (2013), Article ID 291823, 29 pages

Equações de Euler. Questões fundamentais como existência e unicidade global de solução suave das equações de Euler em três dimensões ainda não foram completamente compreendidas. No entanto, existem vários resultados já estabelecidos relacionados a estas questões e que serão alvo de discussão neste curso. Entre estes resultados veremos: o teorema de existência e unicidade local no tempo de solução suave das equações de Euler em três dimensões; o critério de continuação de Beale-Kato-Majda; o teorema de existência e unicidade global no tempo de solução suave das equações de Euler em duas dimensões e no caso de simetria axial (sem rodópio); a Conjectura de Onsager; existência de soluções dissipativas das equações de Euler; existência global de solução fraca para as equações de Euler com dado inicial em L^2 .

BIBLIOGRAFIA:

C. De Lellis, L. Székelyhidi Jr., Dissipative Euler flows and Onsager's conjecture, J. Eur. Math. Soc. (JEMS), 16, , no. 7, 1467–1505, 2014.

M. C. Lopes Filho, H. J. Nussenzveig Lopes e Y. Zheng, Weak solutions for the equations of incompressible and inviscid fluid dynamics, 22o Colóquio Brasileiro de matemática, 1999.

A. J. Majda e A. L. Bertozzi, Vorticity and incompressible flow. Cambridge University Press, 2002.

E. Wiedemann, Existence of weak solutions for the incompressible Euler equations. Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire 28, 5, 727–730, 2011.

Equações parabólicas totalmente não lineares. Nesta parte do curso apresentaremos uma introdução ao estudo de equações parabólicas totalmente não lineares. Nosso objetivo será construir soluções para estas equações e estudar sua regularidade. Na prática, gostaríamos de construir soluções clássicas, o que nem sempre é possível. Devemos então enfraquecer o conceito de solução, obtendo para estas equações o conceito de solução de viscosidade. Apresentaremos técnicas para se obter estimativas a priori necessárias para se demonstrar teoremas de existência e também estimativas de Harnack e de Schauder.

BIBLIOGRAFIA:

Imbert, C.; Silvestre, L.: An introduction to fully nonlinear parabolic equations. An introduction to the Kähler-Ricci flow, 7–88, Lecture Notes in Math., 2086, Springer, Cham, 2013.

Krylov, N.: Lectures on Elliptic and Parabolic Equations in Hölder Spaces. Graduate Studies in Mathematics, vol. 12 (American Mathematical Society, Providence, 1996.

Lieberman, G.: Second Order Parabolic Differential Equations. World Scientific, River Edge, 1996.

MM844 A – Tópicos Equações Diferenciais Parciais III

Lucas Catão de Freitas Ferreira

Espaços Críticos e EDPs

Ementa: Lp-Fraco, espaços de Morrey, P_M, espaços de Besov, de Besov-Morrey e BMO⁻¹. Espaços de medidas locais. Equações em mecânica dos fluidos (Navier-Stokes), equações parabólicas e elípticas em espaços críticos. Método do ponto fixo e da função inversa em espaços críticos. Invariância por scaling e auto-similaridade. Simetrias e singularidades. Comportamento Assintótico.

BIBLIOGRAFIA:

– Lemarié-Rieusset, P. G. Recent developments in the Navier-Stokes problem. Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, FL, 2002.

MM847 A – Tópicos de Álgebra III

Eduardo Brandani da Silva

“Códigos Quânticos Topológicos Corretores de Erros”

Objetivos: Esse minicurso cobre a teoria básica de correção quântica de erros, tendo foco sobre códigos quânticos topológicos, que incluem códigos estabilizadores, códigos CSS, códigos tóricos e topológicos. Temos o objetivo de mostrar resultados recentes e instigar os alunos sobre novos tópicos de pesquisa.

Ementa: Noções de mecânica quântica, conceitos de códigos quânticos corretores de erros, distância, códigos estabilizadores, códigos CSS, códigos tóricos e resultados recentes na área.

Organização do Curso: O curso terá quatro horas semanais e será ministrado durante os meses de agosto e setembro, valendo dois créditos. As duas últimas semanas serão destinadas a seminários. Na avaliação, os alunos receberão apenas conceitos Satisfatório ou Insatisfatório.

BIBLIOGRAFIA

Além de alguns artigos específicos, serão usados os seguintes livros:

Michael Nielsen and Isaac Chuang, Quantum Computation and Quantum Information, Cambridge, 2010.

Eleanor Rieffel and Wolfgang Polak, Quantum Computing - A Gentle Introduction, MIT 2011.

MM849 A – Tópicos de Análise III

Artur Oscar Lopes

“Estrutura matemática da mecânica quântica”

Objetivo: Explicar de forma matematicamente inteligível alguns dos resultados básicos da Mecânica Quântica. O texto que seguimos é para uma primeira leitura do assunto. Não assumimos pré-requisitos de Física. Apenas partimos do princípio que o estudante raciocina de forma matematicamente rigorosa.

Ementa

1.0 Pré-requisitos

1.1 Estados e a equação de Schrodinger

1.2 O Comutador na Mecânica Quântica

1.3 Observáveis, valor esperado e o operador momento

1.4 Transformada de Fourier

1.5 O Momento via Transformada de Fourier

1.6 Exemplos

1.7 Princípio da Incerteza e o Pacote de Onda Gaussiano

1.8 Operador densidade

1.9 Operadores Trace Class

1.10 Introdução à Mecânica Estatística Quântica

1.11 O Teorema Espectral para operadores autoadjuntos não limitados e suas consequências para a teoria

Pré-requisitos: Álgebra Linear (se o estudante souber Análise Funcional melhor, mas um bom estudante que não sabe isto pode facilmente extrapolar os resultados que souber de dimensão finita). Equações Diferenciais (Sistemas Lineares).

Público alvo: Estudantes de Matemática - alunos do fim do mestrado ou começo de doutorado (talvez até um bom aluno do fim da graduação)

Material: Notas de aula do apresentador disponíveis no site:

<http://mat.ufrgs.br/~alopes/hom/livroquantum.pdf>

MM928 A – Seminário de Geometria I

Lino Anderson da Silva Grama

“Teoria de Lie e Aplicações”

Descrição: Neste seminário serão discutidos tópicos recentes de pesquisa em Teoria de Lie e suas aplicações em geometria (Riemanniana, simplética, complexa) e em sistemas dinâmicos. Os alunos de pós-graduação serão convidados a apresentar os tópicos de sua pesquisa. O seminário também irá contar com a presença de pesquisadores convidados da área de outros Institutos /Universidades.

MT806 B – Tópicos Resolução Numérica Sistemas Não-Lineares

José Mario Martínez Pérez

Em MT806B ministramos um curso baseado em Modelos Auto-Corretivos para diferentes problemas aplicados. Consideramos, por iniciativa dos alunos, modelos de controle de epidemias, de controle de pragas, de previsão de terremotos e de previsão de retornos financeiros.

O curso admite uma continuação natural, tanto com a mesma turma de alunos como com turmas novas.

BIBLIOGRAFIA

A bibliografia é fornecida no curso de acordo com as aplicações apresentadas.

MT808 A – Tópicos em Biomatemática

Wilson de Castro Ferreira Junior

Ementa: Formulação e Análise de Modelos Matemáticos para Dinâmicas de Populações caracterizadas por interações que envolvem ‘aprendizado’ individual, social e evolutivo, como é o caso do Mimetismo. Os fundamentos baseados na “Lei de Ação de Massas” e algumas de suas consequências mais conhecidas (Respostas Funcionais de Holling e etc.) serão tratados preliminarmente.

BIBLIOGRAFIA

Notas de Aula

M.Nowak-Evolutionary Dynamics, Harvard UP 2006

G.Ruxton & al.-Avoiding Attacks, Oxford UP2004

B.Skyrms-Signals, Oxford UP2012

Forma de Avaliação S - suficiente; D - reprovado ou E – abandono

MT812 A – Tópicos em Teoria Aditiva dos Números

José Plínio de Oliveira Santos

Ementa: Funções Geradoras-Partições de Inteiros-Funções Aritméticas-Lei de Reciprocidade Quadrática-Símbolo de Legendre-Combinatória Enumerativa.

BIBLIOGRAFIA

The Theory of Partitions by Andrews

A Course in Enumeration by Aigner

Integer Partitions by Andrews and Eriksson

Forma de Avaliação: S - suficiente; D - reprovado ou E - abandono

MT852 A – Tópicos em Pesquisa Operacional

Dante Conti

Ementa: A função de produção e seus parâmetros básicos. Custos. Critérios de decisão. Medidas de trabalho. Sistemas de produção. Estoques. Planos e programas integrados. Programação e controle de operações. Será dada ênfase aos modelos matemáticos e aos problemas de planejamento e controle de produção.

Objetivo: Apresentar as principais técnicas de Pesquisa Operacional associadas a modelos de produção.

Conteúdo:

1. A função de produção e seus parâmetros básicos.
2. Custos.
3. Critérios de decisão.
4. Medidas de trabalho.
5. Sistemas de produção.
6. Estoques.
7. Planos e programas integrados.
8. Programação e controle de operações.

BIBLIOGRAFIA

Hax e Candea, Production and Inventory Management.

Vollman, Berry e Whybark, Manufacturing Planning and Control Systems.

MT856 A – Tópicos em Modelos Matemáticos

Edmundo Capelas de Oliveira e Jayme Vaz Junior

Apresentar e discutir processos de relaxação, a partir da derivada fracionária conforme proposta por Hilfer [1], que generaliza as versões de Riemann-Liouville e Caputo [2,3,4,5,6], fazendo uso da metodologia da transformada de Laplace associada a uma equação diferencial fracionária na qual, como uma particular situação, recuperar os clássicos modelos de Cole-Cole, Cole-Davidson e Havriliak-Negami [7,8,9,10,11,12] apresentando as soluções em termos das funções de Mittag-Leffler [13]. Em todos estes casos, o termo associado à relaxação significa o retorno do sistema perturbado à respectiva posição de equilíbrio.

BIBLIOGRAFIA

[1] R. Hilfer, *Fractional time evolution*, in Applications of Fractional Calculus in Physics, World Scientific, Singapore, 87-130, (2000).

[2] M. Caputo, *Elasticità e Dissipazione*, Zanichelli, Bologna, (1969).

[3] K. Diethelm, *The Analysis of Fractional Differential Equation, An Application-Oriented Exposition Using Differential Operators of Caputo Type*, Springer, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, (2004).

[4] F. Mainardi, *Fractional Calculus and Waves in Linear Viscoelasticity, An Introduction to Mathematical Models*, Imperial College Press, London, (2010).

[5] F. Mainardi and R. Gorenflo, *Time-fractional derivatives in relaxation processes: A tutorial survey*, Fract. Calc. Appl. Anal., **10**, 269-308 (2007).

[6] E. Capelas de Oliveira and J. A. Tenreiro Machado, *A review of definitions for fractional derivatives and integrals*, Math. Prob. Ing., **2014**, ID 238459, (2014).

[7] E. Capelas de Oliveira, F. Mainardi and J. Vaz Jr., *Models based on Mittag-Leffler functions for anomalous relaxation in dielectrics*, Eur. Phys. J. Special Topics, **193**, 161-171 (2011).

[8] K. S. Cole and R. H. Cole, *Dispersion and absorption in dielectrics. I. Alternating current characteristics*, J. Chem. Phys., **9**, 341-351 (1941).

[9] K. S. Cole and R. H. Cole, *Dispersion and Absorption in dielectrics. II. Direct current characteristics*, J. Chem. Phys., **10**, 98-105 (1942).

[10] D. W. Davidson and R. H. Cole, *Dielectric relaxation in glycerol, propylene glycol, and n-propanol*, J. Chem. Phys., **19**, 1484-1490 (1951).

[11] S. Havriliak Jr. and S. Negami, *A complex plane analysis of alfa-dispersions in some polymer systems*, J. Polymer Sci. C, **14**, 99-117 (1966).

[12] S. Havriliak and S. Negami, *A complex plane representation of dielectric and mechanical relaxation processes in some polymers*, Polymer, **8**, 161-210 (1967).

[13] R. Gorenflo, A. A. Kilbas, F. Mainardi and R. V. Rogosin, *Mittag-Leffler Functions, Related Topics and Applications*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, (2014).

Forma de Avaliação: Conceito A, B, C, D ou E

PM009A – Tópicos em Matemática I

Cristiano Torezzan

Aspectos metodológicos da pesquisa em matemática aplicada. Uso de softwares computacionais em matemática aplicada. Redação científica.