Departamento de Matemática — Imecc Unicamp
Joa Weber
1º Semestre de 2014

Introdução à homologia

MM811

Lista 6 – Subdivisão baricentrica

Exercícios.

a) Seja K o poliedro dado por o simplexo $s = \langle a_0, a_1, a_2 \rangle$ e todas suas faces. Determine a subdivisão baricentrica de cada um r-esqueleto de K. Mas outras palavras determine
$$(K^0)', \quad (K^1)', \quad (K^2)'.$$
Faça desenhos.

b) Considere o poliedro dado por um n-simplexo $s = \langle a_0, \dots, a_n \rangle$ e todas suas faces. Guarneça o conjunto $s \times [0,1]$ com a estrutura de um poliedro. (Defina uma colecção de simplexos e mostre que ela satisfaz os axiomas do poliedro.) [Dica:
$$s \times [0,1] = \bigcup_{i=0}^{n} \langle \bar{a}_0, \dots, \bar{a}_i, \bar{\bar{a}}_i, \dots, \bar{\bar{a}}_n \rangle$$
onde $\bar{a}_i := (a_i, 0)$ e $\bar{\bar{a}}_i := (a_i, 1)$.]

Pseudo-variedades (não-)orientáveis

c) Seja M uma pseudo-variedade n-dimensional. Mostre que
$$\begin{aligned} M \text{ orientável} \quad &\Leftrightarrow \quad \nexists \text{ circuito desorientador (CD) em } M \\ M \text{ não-orientável} \quad &\Leftrightarrow \quad \forall\, n\text{-simplexo orientado } [s] \text{ pertence a um CD.} \end{aligned}$$

d) Seja M uma pseudo-variedade n-dimensional. Mostre que
$$M \text{ orientável} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{H}_{n-1}(M; \mathbb{Z}) \text{ é livre.}$$

Teoria de Lefschetz

e) Prove que toda aplicação $S^2 \to S^2$ que é contínua e homotópica à identidade tem um ponto fixo. [Dica: Calcule o número $L(f)$ de Lefschetz.]

Encontre aplicações contínuas $T^2 \to T^2$ homotópicas à identidade sem pontos fixos.