Departamento de Matemática — 2º Semestre de 2013
Imecc Unicamp
Joa Weber

# Álgebra Linear

## MA327 – Turma B

## Lista 1b

**Exercícios.**

a) Mostre que $\{e_1, \ldots, e_n\} \subset \mathbb{R}^n$ é um conjunto L.I.

b) Seja $F$ um subespaço de um espaço vetorial $E$. Mostre que todo subconjunto $X \subset F$ L.I. no espeço vetorial $F$ também é L.I. no espaço vetorial $E$.

c) Sejam $x = (x_1, \ldots, x_n), y = (y_1, \ldots, y_n) \in \mathbb{R}^n$. Prove que um deles é multiplo do outro se, e somente se, para todo $i, j = 1, \ldots, n$ temos $x_i y_j = x_j y_i$.

d) Sejam $u = (1, 1)$, $v = (1, 2)$ e $w = (2, 1)$. Encontre números $a, b, c, \alpha, \beta, \gamma$ todos não-nulos, tais que

$$au + bv + cw = \alpha u + \beta v + \gamma w,$$

com $a \neq \alpha$, $b \neq \beta$ e $c \neq \gamma$.

e) Exprima o vetor $(1, -3, 10)$ como combinação linear dos vetores $u = (1, 0, 0)$, $v = (1, 1, 0)$ e $w = (2, -3, 5)$.

f) No espaço vetorial $E = \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ de todas as funções $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sejam:

$F_1 = \{$funções $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ que se anulam em todos os pontos do intervalo [0,1]$\}$;

$F_2 = \{$funções $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ que se anulam em todos os pontos do intervalo [2,3]$\}$.

Mostre que $F_1$ e $F_2$ são subespaços vetoriais de $E$, que $E = F_1 + F_1$, mas não se tem $E = F_1 \oplus F_2$.

g) Uma matriz quadrada $\mathbf{a} = (a_{ij})$ chama-se *simétrica* (respect. *anti-simétrica*) quando $a_{ij} = a_{ji}$ (respect. $a_{ij} = -a_{ji}$) para todo $i, j = 1, \ldots, n$. Prove que o conjunto $\mathcal{S}$ das matrizes simétricas e o conjunto $\mathcal{A}$ das matrizes anti-simétricas $n \times n$ são subespaços vetoriais de $M(n \times n)$ e que se tem

$$M(n \times n) = S \oplus A.$$

h) Verdadeiro ou falso? Para quaisquer subconjuntos $X, Y \subset E$ tem-se

$$(i) \quad \langle X \cup Y \rangle = \langle X \rangle + \langle Y \rangle;$$

$$(ii) \quad \langle X \cap Y \rangle = \langle X \rangle \cap \langle Y \rangle.$$